mundoestudiante métodoBarbeito

FÍSICA
CONVOCATORIA ORDINARIA JUNIO 2017
OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una reciente investigación ha descubierto un planeta similar a la Tierra orbitando alrededor de la estrella Próxima Centauri, una enana roja cuya masa es un 12% de la masa del Sol y su radio es el 14% del radio solar. Mediante técnicas de desplazamiento Doppler se ha medido el periodo del planeta alrededor de la estrella obteniéndose un valor de 11,2 días. Determine:
a) La aceleración de la gravedad sobre la superficie de la estrella.
b) El radio de la órbita del planeta suponiendo ésta circular.
Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg $^{-2}$; Masa del Sol, MS = $1{,}99\cdot10^{30}$ kg; Radio del Sol, RS = $7\cdot10^{8}$ m.

Solución:

a) La aceleración de la gravedad sobre la superficie de la estrella

$$g = G\frac{M_{Próxima}}{R^2_{Próxima}} = G\frac{0{,}12\cdot M_S}{(0{,}14\cdot R_S)^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{0{,}12\cdot1{,}99\cdot10^{30}}{(0{,}14\cdot7\cdot10^8)^2} = 1658 m/s^2$$

b) El radio de la órbita del planeta suponiendo ésta circular

$$F_{gravitatoria} = F_{Centrípeta}$$
$$v = \frac{2\pi r}{T}$$
$$G\frac{M_{Próxima}\,m}{R^2_{Órbita}} = m\frac{4\pi^2R^2_{Órbita}}{T^2R_{Órbita}} \rightarrow \quad R_{Órbita} = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M_{Próxima}T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{G\cdot0{,}12\cdot M_sT^2}{4\pi^2}}$$
$$R_{Órbita} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot0{,}12\cdot1{,}99\cdot10^{30}(11{,}2\cdot24\cdot3600)^2}{4\pi^2}} = 7{,}23\cdot10^9 m$$

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una onda armónica transversal se propaga en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 10 m s^{-1} y con una frecuencia angular de $\pi/3$ rad s^{-1}. Si en el instante inicial la elongación en el origen de coordenadas es $6/\pi$ cm y la velocidad de oscilación es 1 cm s^{-1}, determine:
a) La expresión matemática que representa la onda.
b) La velocidad de oscilación en el instante inicial en el punto situado en $x = \lambda/4$.

Solución:

a) La expresión matemática que representa la onda

$$Y = A\cos(wt + Kx + \varphi_0)$$
$$\omega = \frac{\pi}{3}\ \text{rad/s}$$
$$v = \frac{\omega}{k} \to k = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi}{30}\text{rad/m}$$
Según enunciado para $x = 0$ y $t = 0$ $y = \frac{6}{\pi} = \frac{0{,}06}{\pi}$

Sustituyendo en la ecuación general:

$Y = A\cos(wt + Kx + \varphi_0) \to \frac{0{,}06}{\pi} = A\cos\varphi_0$ ecuación (1)

Calculamos la expresión de la velocidad derivando la ecuación general.
$$v = \frac{\delta y}{\delta t} = -Awsen(wt + Kx + \varphi_0)$$

Según enunciado para x=0 y t=0 v=0,01m/s, sustituimos en la ecuación anterior.

$0{,}01 = -A\frac{\pi}{3}\text{sen}\,\varphi_0 \to -\frac{0{,}03}{\pi} = Asen\varphi_0$ ecuación (2)

Combinamos la ecuación (1) y la (2).
$$\frac{-\frac{0{,}03}{\pi}}{\frac{0{,}06}{\pi}} = \frac{Asen\varphi_0}{Acos\varphi_0} \to \frac{-0{,}03}{0{,}06} = tag\varphi_0 \to tag\varphi_0 = -0{,}5 \to$$

$$\varphi_0 = -0{,}46\ \text{rad} \quad \text{ó} \quad \varphi_0 = \pi - 0{,}46 = 2{,}7\text{rad}$$

Calculamos la amplitud.
$$A = \frac{0{,}06}{\pi cos\varphi_0}$$
$$\text{Si } \varphi_0 = -0{,}46\ \text{rad} \to A = \frac{0{,}06}{\pi\cos(-0{,}46)} = 0{,}021\text{m}$$

$$\text{Si } \varphi_0 = 2{,}7\ \text{rad} \to A = \frac{0{,}06}{\pi\cos(2{,}7)} = -0{,}21\text{m}$$
la amplitud debe ser positiva por lo tanto este resultado no es válido.

Función de la onda:
$$y = 0{,}021\cos(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{30}x - 0{,}46)$$

b) La velocidad de oscilación en el instante inicial en el punto situado en $x = \lambda/4$.

$$v = \frac{dy}{dt} = -Awsen(wt + Kx + \varphi_0)$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v = \frac{\delta y}{\delta t} = -0{,}021\frac{\pi}{3}\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\cdot 0 + \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4} - 0{,}46\right) = -0.02\text{m/s}$$

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un protón se desplaza con una velocidad $\vec{v}=5\,\vec{\imath}$ m·s^{-1} en el seno de un campo eléctrico definido por la expresión $\vec{E}=-100\,\vec{\jmath}$ V·m^{-1}. Determine:
a) El campo magnético necesario, contenido en el plano YZ, para mantener al protón siguiendo un movimiento rectilíneo y uniforme.
b) El radio de giro que tendría dicho protón en una región donde solamente existiera el campo magnético del apartado anterior.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,60·10^{-19} C; Masa del protón, m_p = 1,67·10^{-27} kg

Solución:

a) El campo magnético necesario, contenido en el plano YZ, para mantener al protón siguiendo un movimiento rectilíneo y uniforme.
$\vec{F}_{Eléctrica} + \vec{F}_{magnética} = 0$ $\vec{F}_{Eléctrica} = -\vec{F}_{magnética}$ para que el movimiento sea rectilíneo y uniforme.

$$\vec{F_e} = q \cdot \vec{E} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-100\vec{j}) = -1{,}6 \cdot 10^{-17}\,\mathrm{N}$$

$$\overrightarrow{F_m} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix} \rightarrow \overrightarrow{F_m} = 8 \cdot 10^{-19} \cdot (B_y\vec{k} - B_z\vec{j})\mathrm{N}$$

Igualando ambas expresiones:

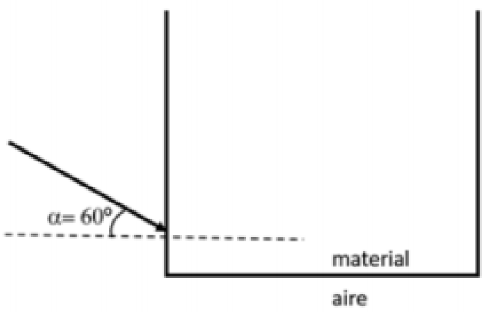
$B_y = 0$
$-1{,}6 \cdot 10^{-17} = -8 \cdot 10^{-19} \cdot (-B_z) \rightarrow B_z = -20$ T

b) El radio de giro que tendría dicho protón en una región donde solamente existiera el campo magnético del apartado anterior.

$$F_c = F_g \rightarrow |qvB| = ma_c \rightarrow |qvB| = m\frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv^2}{|qvB|} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 5^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 20} = 2{,}6 \cdot 10^{-9}\mathrm{m}$$

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sobre un bloque de material cuyo índice de refracción depende de la longitud de onda, incide desde el aire un haz de luz compuesto por longitudes de onda de 400 nm (violeta) y 750 nm (rojo). Los índices de refracción del material para estas longitudes de onda son 1,66 y 1,60, respectivamente. Si, como se muestra en la figura, el ángulo de incidencia es de 60°:



a) ¿Cuáles son los ángulos de refracción y las longitudes de onda en el material?
b) Determine el ángulo límite para cada longitud de onda en la frontera entre el material y el aire. Para α = 60°, ¿escapan los rayos desde el medio hacia el aire por la frontera inferior?
Dato: Índice de refracción del aire, n_{aire} = 1

Solución:

a) ¿Cuáles son los ángulos de refracción y las longitudes de onda en el material?

Aplicamos la ley de Snell. $n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$
Aire→n_1
Material→n_2
En la frontera entre el material y el aire (cambio de medio) la frecuencia se mantiene constante.→ $v = \lambda f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \rightarrow f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$ ecuación (1)
$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n}$
Sustituyendo y operando en la ecuación (1)

$$n_1\lambda_1 = n_1\lambda_1 \rightarrow n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\lambda_o}{n}$$

Violeta n_2=1,66 $\quad n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \rightarrow 1\operatorname{sen}60 = 1{,}66 \operatorname{sen} \theta_2 \rightarrow \theta_2 = 31{,}4^{o}$
$\lambda_0 = 400\text{nm en el aire, en el medio } \lambda = \frac{\lambda_o}{n} = \frac{400}{1{,}66} = 241\text{nm}$

Rojo n_2=1,60 $\quad n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \rightarrow 1\operatorname{sen}60 = 1{,}60 \operatorname{sen} \theta_2 \rightarrow \theta_2 = 32{,}8^{o}$
$\lambda_0 = 750\text{nm en el aire, en el medio } \lambda = \frac{\lambda_o}{n} = \frac{750}{1{,}60} = 469\text{nm}$

b) Determine el ángulo límite para cada longitud de onda en la frontera entre el material y el aire. Para α = 60°, ¿escapan los rayos desde el medio hacia el aire por la frontera inferior?

$$n_1 \operatorname{sen} 90 = n_2 \operatorname{sen} \theta_{Limite}$$

Violeta n_2=1,66 → $1 \operatorname{sen} 90 = 1{,}66 \operatorname{sen} \theta_{Límite} \rightarrow \theta_{Límite} = 37^{o}$

Rojo n_2=1,60 → $1 \operatorname{sen} 90 = 1{,}60 \operatorname{sen} \theta_{Límite} \rightarrow \theta_{Límite} = 38{,}7^{o}$

La clave para poder responder a la pregunta de este apartado es que se pregunta por el paso material→aire pero refiriéndolo al paso aire→material. Hay que entender que nos preguntan si produce o no reflexión total ese mismo rayo en la frontera inferior del prisma. Es necesario conocer que si forma un ángulo x con la normal en la cara izquierda del diagrama; formará un ángulo 90-x con la normal en la cara inferior. Por lo tanto:

Violeta: 90°– 31.4°=58.6°. Como el ángulo es mayor que el ángulo límite, no escapará por la frontera inferior, ya que se producirá reflexión total.

Rojo: 90°−32.8°= 57.2°. Como el ángulo es mayor que el ángulo límite, no escapará por la frontera inferior, ya que se producirá reflexión total.

<u>Pregunta 5.-</u> (Calificación máxima: 2 puntos)

Fotones de 150 nm de longitud de onda inciden sobre una placa metálica produciendo la emisión de electrones. Si el potencial de frenado de los electrones es de 1,25 V, determine:

La energía de los fotones incidentes y la energía máxima de los electrones emitidos.
La longitud asociada a los electrones emitidos con la energía cinética máxima

Solución:

a) La energía de los fotones incidentes y la energía máxima de los electrones emitidos.

Para determinar la energía de los fotones incidentes, aplicamos la ecuación de Planck.

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{1{,}5 \cdot 10^{-7}} = 1.3252 \cdot 10^{-18} \mathrm{J} = 8.28\ \mathrm{eV}$$

Para la energía cinética de los electrones dado que me dan el potencial de frenado, puedo determinar la energía que llevaban esos electrones de la siguiente forma:

$$E_C = e \cdot V = 1.6 \cdot 10^{19} \cdot 1.25 = 2 \cdot 10^{-19} \mathrm{J}$$

b) La longitud de onda asociada a los electrones emitidos con la energía cinética máxima.

En este apartado, es necesario determinar la velocidad asociada a esa energía que hemos obtenido en el apartado anterior. Una vez tenemos esa velocidad, podemos determinar la longitud de onda asociada a esos electrones aplicando la *dualidad onda-corpúsculo*. Lo primero de todo es determinar la velocidad asociada a esa energía cinética de los electrones.

$$E_C = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \rightarrow v_e^2 = \sqrt{\frac{2E_C}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-19}}{9.1 \cdot 10^{-31}}} = 662993.5441\ \mathrm{m/s}$$

Una vez tenemos calculada la velocidad podemos determinar la longitud de onda asociada a esa partícula.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 662993.5441} = 1.09 \cdot 10^{-9} \mathrm{m} = 1.09\ \mathrm{nm}$$